

Lista 1 - Geometria não Euclideana

Geometria Neutra

- 1 — **0.5pt** Mostre que existem três retas distintas não concorrentes em \mathbb{P}^2 .
- 2 — **0.5pt** Dados A e B pontos distintos. Mostre que $\overline{AB} = \overline{BA}$
- 3 — **0.5pt** Mostre que existem infinitos pontos num segmento.
- 4 — **0.5pt** Mostre que os semiplanos determinados por uma reta são não vazios.
- 5 — **0.5pt** Dado \overrightarrow{AB} uma semireta e x um número real positivo. Mostre que existe um único ponto P em \overrightarrow{AB} . tal que $|AP| = x$.
- 6 — **0.5pt** Mostre que todo segmento possui um único ponto médio
- 7 — Mostre que
 - a) **0.2pt** Se dois ângulos são complementares então ambos são agudos.
 - b) **0.2pt** Se dois ângulos são congruentes e suplementares então cada um deles é um ângulo reto
 - c) **0.2pt** Os suplementos de ângulos congruentes são congruentes.
- 8 — Mostre que um círculo
$$C = \{x | d(x, a) = r\}$$
 - a) **0.5pt** Possui pelo menos um ponto.
 - b) **1pt** Que os pontos de C estão em bijeção com $[0, 2\pi)$
- 9 — **2pt** Dado um espaço métrico, dizemos que ele é completo se toda sequência de Cauchy converge. Mostre que \mathbb{P}^2 é um espaço métrico completo.

10 — De modo geral dados dois subconjuntos Γ e Ξ em \mathbb{P} dizemos que estes conjuntos são congruentes se existir uma função $\sigma : \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{P}$ bijetiva tal que para todo $P, Q \in \mathbb{P}$ tal que

$$d(\sigma(P), \sigma(Q)) = d(P, Q)$$

e tal que $\sigma(\Gamma) = \Xi$.

- a) **1pt** Mostre que a relação de congruência satisfaz as propriedades: reflexiva, simétrica e transitiva.
- b) **0.5pt** Mostre que dois segmentos são congruentes se e somente se possuem o mesmo tamanho.
- c) **0.5pt** Mostre que ângulos são congruentes se e somente se possuem a mesma medida.
- d) **1pt** Mostre que dois triângulos são congruentes se e somente se os seus lados e seus ângulos são dois a dois congruentes.

11 — **1pt** Mostre que por um ponto não pertencente a uma reta, existe uma única reta perpendicular à reta dada.

12 — **1pt** Mostre que a soma das medidas de dois ângulos quaisquer de um triângulo é menor que π .

13 — **1pt** Mostre que se duas alturas de um triângulo são congruentes então o triângulo é isósceles.

14 — **1pt** Mostre que as alturas de um triângulo equilátero são congruentes.

15 — **1pt** Mostre que se dois segmentos AH e RB se bisseccionam em F , então ΔFAB é congruente a ΔFHR

16 — **0.7pt** Dado um círculo C e um ponto $Q \in C$. Mostre que existe uma única reta tangente a C passando por Q