Lista 2 - Geometria não Euclideana

Geometria Neutra

1 — **1pt** Mostre que se duas alturas de um triângulo são congruentes, o triângulo é isósceles.

2 — **1pt** Mostre que os ângulos da base de um triângulo isósceles são agudos.

3 — **0.7pt** Mostre o teorema dos ângulos externos.

4 — **1pt** Mostre que num triângulo isósceles ABC com base BC a mediana desde o vértice A desse triângulo coincide coincide com a bissetriz do triângulo correspondente ao vértice A

5 — **1pt** Demonstre que a soma dos comprimentos das diagonais de um quadrilátero é maior que a soma dos comprimentos dos lados.

6 — **0.75pt** Mostre que uma curva $C : [a, b] \to \mathbb{P}$ é uma reta se e somente se para $a \leq s \leq t \leq b$ tivermos:

$$|C(s)C(t)| = t - s$$

7 — **1pt** Mostre que se dois círculos possuem um único ponto de intersecção eles possuem uma tangente comum nesse ponto.

8 — Mostre que os seguintes critérios implicam na congruência dos quadriláteros $ABCD$ e $A'B'C'D'$

a) **1pt** (SASAS) $|AB| = |A'B'|$ $\angle B = \angle B'$ $|BC| = |B'C'|$ $\angle C = \angle C'$ $|CD| = |C'D'|$

b) **1pt** (ASASA) $\angle A = \angle A'$ $|AB| = |A'B'|$ $\angle B = \angle B'$ $|BC| = |B'C'|$ $\angle C = \angle C'$

c) **1pt** (SASAA) $|AB| = |A'B'|$ $\angle B = \angle B'$ $|BC| = |B'C'|$ $\angle C = \angle C'$ $\angle D = \angle D'$
Existem outros critérios?

9 — **1pt** Um quadrilátero de Saccheri é um quadrilátero $ABCD$ com ângulos retos em B e C e lados AB e CD congruentes. Mostre que os ângulos em A e D são iguais.

10 — 1pt Para um quadrilátero de Saccheri mostre que o bissetor perpendicular do lado BC também bissecta o lado AD perpendicularmente.

11 — 1pt Mostre que se duas retas orientadas l e m se interceptam então a distância de um ponto P em l a m cresce quando a coordenada $x(P)$ cresce.

12 — 1pt Dados AB e CD segmentos congruentes, mostre que existem duas reflexões tal que a composição leva A para C e B para D.

13 — 0.75pt Mostre que se uma isometria fixa três pontos então ela é a identidade.

14 — 1pt Dado uma reta l e σ uma isometria. Mostre que $\sigma \circ M_l \circ \sigma^{-1} = M_{\sigma(l)}$